

**Miejsce
na naklejkę
z kodem**

(Wpisuje zdający przed
rozpoczęciem pracy)

--	--	--

KOD ZDAJĄCEGO

Mat 1

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

Arkusz I

Czas pracy 120 minut

ARKUSZ I

**8 października
2004 roku**

Instrukcja dla zdającego

1. Proszę sprawdzić, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 3 strony. Ewentualny brak należy zgłosić przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania i odpowiedzi należy zapisać czytelnie w miejscu na to przeznaczonym przy każdym zadaniu.
3. Proszę pisać tylko w kolorze czarnym; nie pisać ołówkiem.
4. W rozwiązaniach zadań trzeba przedstawić tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
5. Nie używać korektora.
6. Błędne zapisy trzeba wyraźnie przekreślić.
7. Brudnopis nie będzie oceniany.
8. Obok każdego zadania podana jest liczba punktów, którą można uzyskać za jego poprawne rozwiązanie.
9. Podczas egzaminu można korzystać z tablic wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora. Nie można korzystać z kalkulatora graficznego.

Życzymy powodzenia!

Za rozwiązanie
wszystkich zadań
można otrzymać
łącznie **50 punktów**

(Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

PESEL ZDAJĄCEGO

Cele:

1. Określenie, które działy matematyki sprawiają uczniom największą trudność.
2. Opracowanie działań naprawczych w ramach lekcji powtórzeniowych i utrwalających.

Obszar badawczy:

1. Obliczenia na procentach w zadaniach typu „O ile procent więcej jest...”
2. Poszukiwania kombinacji szyfrowych poprzez wyszczególnienie możliwości.
3. Sprawdzenie umiejętności rachunkowych uczniów w połączeniu ze znajomością własności ciągu arytmetycznego.
4. Zastosowanie funkcji trygonometrycznych w sytuacjach życiowych.
5. Wiedza z zakresu geometrii analitycznej, a w szczególności wykorzystanie równania prostej, odległości punktów bądź punktu od prostej.
6. Rozwiązywanie nierówności wielomianowych i poszukiwania pierwiastków wielomianu z twierdzeń.
7. Umiejętność przedstawienia analogicznego rozwiązania (dla innej wartości katowej) według podanego wzorca.
8. Zastosowanie wektorów w geometrii na płaszczyźnie.
9. Klasyka zadań z ciągu arytmetycznego.
10. Sytuacji wyboru korzystniejszej umowy o pracę z wykorzystaniem ciągu arytmetycznego i geometrycznego.
11. Podstawy statystyki.

Sprawdzenie czy uczeń:

1. **Wyznacza** wielkości wyrażone w procentach w zadaniach typu „O ile procent więcej jest ...”
2. **Poszukuje** kombinacji szyfrowych poprzez wyszczególnienie możliwości.
3. **Wykorzystuje** umiejętności rachunkowe oraz **wykazuje się** znajomością własności ciągu arytmetycznego.
4. **Stosuje** funkcje trygonometryczne w sytuacjach życiowych.
5. **Wykorzystuje** warunek prostokątności prostych w geometrii analitycznej. **Stosuje wzory i oblicza** wg nich szukane parametry.
6. **Rozwiązuje** nierówności wielomianowe.
7. Umiejętnie **przedstawia analogiczne rozwiązania** według podanego wzorca.
8. **Stosuje własności** wektorów w geometrii na płaszczyźnie.
9. **Zna** własności ciągu arytmetycznego i stosuje je w obliczeniach.
10. Właściwie **interpretuje** sytuację i **dokonuje wyboru** korzystniejszej umowy o pracę z wykorzystaniem ciągu arytmetycznego i geometrycznego.
11. **Zna i stosuje** wzory z podstaw statystyki.

Sprawdzian wiedzy i umiejętności

z matematyki – poziom podstawowy.

1. Koloru seledynowego nie akceptuje 85% projektantów wnętrz, podczas gdy czerwien akceptuje 65% tej grupy zawodowej. O ile procent więcej jest projektantów nieakceptujących koloru seledynowego od tych, którzy nie akceptują czerwieni we wnętrzach. Wynik podaj z dokładnością do dziesiątej części procenta.(3pkt.)
2. Kłódka rowerowa posiada 4-cyfrowy szyfr. Ile jest możliwości wyboru kodu, gdy suma skrajnych cyfr wynosi 14, zaś suma środkowych cyfr wynosi 9. (3pkt.)
3. Dane są liczby $a = \sqrt{(625)^3} \cdot 1 / \sqrt{25^2} \cdot 25^3$ oraz $b = \sqrt{1\frac{1}{4}} - 1 + \sqrt{1 : (\frac{3}{4})^2}$.
 - a) Czy obie liczby są całkowite?
 - b) Jak dobrać liczbę „c” aby liczby a,b,c utworzyły w podanej kolejności ciąg arytmetyczny? (4pkt.)
4. Ściana pokoju na poddaszu nachylona jest do podłogi pod kątem 80° . W jakiej odległości od dolnej krawędzi ściany można ustawić szafkę o wysokości 80cm. Wykonaj ilustrację graficzną.(3pkt.)
5. Dane są wierzchołki trójkąta ABC: $A=(1;-1)$, $B=(3;4)$, $C=(3;2)$. Wykonaj następujące czynności:
 - a) napisz równania boków AB i BC tego trójkąta,
 - b) napisz równanie wysokości opuszczonej z wierzchołka C,
 - c) znajdź odległość punktu C od prostej AB. (6pkt.)
6. Rozwiąż nierówność $(x-1) \cdot (x^3 - 6x^2 + 12x - 8) \geq 0$. (4pkt)
7. Przeczytaj uważnie metodę obliczania wartości funkcji trygonometrycznych kąta 150° .
Trójkąt prostokątny o kątach 30° i 60° , to połowa trójkąta równobocznego. Zatem jeśli krótsza przyprostokątna tego trójkąta ma długość 1, to pozostałe boki mają długość 2 i $\sqrt{3}$.
1.Rysujemy kąt 150° w II ćwiartce układu współrzędnych. Ponieważ

$150^\circ = 180^\circ - 30^\circ$, na rysunku możemy zaznaczyć trójkąt prostokątny o bokach 1, 2 i $\sqrt{3}$, tak by przeciwprostokątna leżała na końcowym ramieniu kąta 150° .

2. Ustalamy współrzędne punktu P, który jest wierzchołkiem zaznaczonego trójkąta nie leżącym na osi OX. Punkt ten leży w II ćwiartce układu współrzędnych, a więc $P = (-\sqrt{3}; 1)$.

3. Obliczamy wartości funkcji trygonometrycznych kąta 150° .

$$\begin{array}{ll} \sin 150^\circ = 1/2 & \operatorname{tg} 150^\circ = -\sqrt{3}/3 \\ \cos 150^\circ = -\sqrt{3}/2 & \operatorname{ctg} 150^\circ = -\sqrt{3}. \end{array}$$

Korzystając z opisanej metody oblicz wartości funkcji trygonometrycznych kąta 240° . (7pkt.)

8. Wierzchołkami trójkąta są punkty $A = (-1; 3)$, $B = (-2; 0)$, $C = (2; -3)$.

a) Oblicz pole tego trójkąta

b) Wyznacz współrzędne punktu D wierzchołka równoległoboku ABCD. (4pkt.)

9. Liczby spełniające układ równań

$$(x-2)^2 + 2(y-3) = x \cdot (x-16)$$

$$3 \cdot (x+2) - (y-3)(y+3) = 5 + y(1-y)$$

są drugim i szóstym wyrazem rosnącego ciągu arytmetycznego.

Suma ilu początkowych wyrazów tego ciągu wynosi 165? (7pkt.)

10. Pracodawca zatrudniając pracownika na 10 dni zaproponował dwa rodzaje umowy.

I umowa: Pierwszego dnia pracownik otrzyma k -złoty, a w każdym następnym dniu, do płacy z dnia poprzedniego, pracodawca będzie dopłacał mu 10% płacy z pierwszego dnia.

II umowa: Pierwszego dnia pracownik miałby otrzymać 2% tego, co pierwszego dnia w I umowie, a za każdy następny dzień, dwa razy więcej. Którą z zaproponowanych umów pracownik powinien wybrać?

Odpowiedź uzasadnij. (6pkt.)

11. Oblicz średnią arytmetyczną, medianę i dominantę wzrostu zawodników pewnej drużyny koszykarskiej:

2,02 ; 1,98 ; 1,95 ; 2,00 ; 1,99 ; 2,01 ; 1,98 ; 2,05.9 (3pkt.)

Życzymy powodzenia.

Model odpowiedzi i schemat oceniania Arkusza I

Numer zadania	Etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów.
1	Określenie procentu projektantów nieakceptujących czerwieni na 35%.	1
	Poprawne ułożenie proporcji lub równania np.: $y = 85/35 \cdot 100\%$	1
	Podanie dokładnej odpowiedzi: $242,9\% - 100\% = 142,9\%$.	1
2	Wyszukanie możliwych par skrajnych: 59,68,77,86,95.	1
	Wyszukanie możliwych par środkowych: 09,18,27,36,45,54,63,72,81,90.	1
	Określenie ilości możliwych wariantów: $5 \cdot 10 = 50$	1
3	Poprawne obliczenie liczby „a”: $a = 5$.	1
	Poprawne obliczenie liczby „b”: $b = -11/6$.	1
	Podanie odpowiedzi, że liczby te nie są całkowite.	1
	Podanie zależności w ciągu arytmetycznym, pozwalającej obliczyć „c”. i uzyskanie liczby „c”: $-1/3$.	1
4	Wykonanie ilustracji graficznej.	1
	Wykorzystanie funkcji trygonometrycznej np.: $\text{ctg} 80^\circ = X/80$	1
	Podanie wyniku: 14cm lub 14,1cm.	1
5	Obliczenie równania prostej AB: $y = 5/2 \cdot x - 7/2$ i obliczenie równania prostej BC: $x = 3$	2
	Wykorzystanie warunku prostokątności prostych i obliczenie prostej- wysokości opuszczonej z wierzchołka C: $2x + 5y - 16 = 0$	2
	Obliczenie odległości punktu C od pr.AB.	2
6	Obliczenie pierwiastków wielomianu: $x = 1$, $x = 2$ (3-krotny).	2
	Wykonanie szkicu i udzielenie poprawnej odpowiedzi.	2
7	Wykonanie rysunku w III ćwiartce układu współrzędnych.	2
	Ustalenie współrzędnych punktu w III ćwiartce układu współrzędnych.	1
	Obliczenie wartości funkcji trygonometrycznych kąta 240° .	4
8	Obliczenie pola trójkąta: $P = 7,5 \text{ j}^2$.	2
	Obliczenie punktu D = (3;0).	2

	Rozwiązanie układu równań: $x=-1$, $y=7$	2
9	Poprawne określenie wyrazów drugiego $x=-1$ i szóstego $y=7$ ciągu arytmetycznego.	1
	Obliczenie pierwszego wyrazu ciągu $a=-3$ oraz $r=2$.	2
	Podstawienie do wzoru na sumę początkowych n -wyrazów c. arytm.	1
	Obliczenie wartości $n=15$ i podanie odpowiedzi.	1
10	Obliczenie płacy w umowie I np. z sumy .c arytmetycznego $P1 = 14,5k$.	2
	Obliczenie płacy w umowie II np. z sumy ciągu geom. $P2 = 20,46k$.	3
	Udzielenie poprawnej odpowiedzi.	1
11	Obliczenie średniej arytmetycznej: $\bar{S}_a = 1,9975$ m.	1
	Obliczenie mediany: $me = 1,995$ m.	1
	Ustalenie dominanty: $do = 1,98$ m.	1

Opracował:

Maciej Baranowski.